

数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより11ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しきずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の□内のアからユに当てはまる0から9までの数字を求め、その数を解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、□ | □は2桁の数を、□ | □ | □は3桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。

(1) 四面体ABCD上に2つの動点P, Qがある。P, Qはともに頂点Aを出発し、次のルールに従って1秒ごとに各頂点を移動するものとする。 (40点)

- P, Qが同じ頂点Xにあれば、その1秒後にP, Qは独立に、X以外の3頂点のいずれかに確率 $\frac{1}{3}$ で移動する。
- P, Qが異なる2頂点X, Yにあれば、その1秒後にP, Qは独立に、X, Y以外の2頂点のいずれかに確率 $\frac{1}{2}$ で移動する。

(a) 出発して1秒後にP, Qが同じ頂点にある確率は

ア	イ
イ	ア

 である。

(b) 出発して2秒後にP, Qが同じ頂点にある確率は

ウ	エ
エ	ウ

 である。

(c) 出発して3秒後にP, Qが同じ頂点にある確率は

オ	カ
キ	ク

 である。

(d) Aを出発してから3秒経過したときに、P, QのどちらもB, C, Dの3頂点すべてに到達し終えている確率は

ケ	コ	
サ	シ	ス

 である。

(下書き用紙)

(2) 正の実数 x に対して

$$g(x) = \int_1^2 |t - 3x| dt, \quad h(x) = \int_0^1 |t^2 - x^2| dt$$

$$f(x) = g(x) - h(x)$$

と定める。

(a) $g(x)$ を計算すると, $g(x) = \begin{cases} -\boxed{\text{セ}}x + \boxed{\text{ソ}}\boxed{\text{タ}} & \left(0 < x \leq \frac{1}{3} \right) \\ \boxed{\text{チ}}x^2 - \boxed{\text{ツ}}x + \boxed{\text{テ}}\boxed{\text{ト}} & \left(\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \right) \\ \boxed{\text{ナ}}x - \boxed{\text{ニ}}\boxed{\text{ヌ}} & \left(x \geq \frac{2}{3} \right) \end{cases}$

となる。

(b) $h(x)$ を計算すると, $h(x) = \begin{cases} \boxed{\text{ネ}}\boxed{\text{ノ}}x^3 - x^2 + \boxed{\text{ハ}}\boxed{\text{ヒ}} & \left(0 < x \leq 1 \right) \\ x^2 - \boxed{\text{フ}}\boxed{\text{ヌ}} & \left(x \geq 1 \right) \end{cases}$

となる。

(c) 方程式 $f(x) = 0$ ($x > 0$) の実数解の個数は ホ 個である。

(d) 方程式 $f(x) = k$ ($x > 0$) の実数解の個数が 1 個になるような実数 k の範囲は

$$k < \boxed{\text{マ}}, \quad \boxed{\begin{array}{c|c} \text{ミ} & \text{ム} \\ \hline \text{メ} & \text{モ} \end{array}} < k < \boxed{\begin{array}{c|c} \text{ヤ} \\ \hline \text{ユ} \end{array}}$$

である。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

2 t は $0 < t < 2$ をみたす実数とする。座標平面において、橢円 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ と

直線 $y = t$ の交点のうち、第1象限にあるものを P、第2象限にあるものを Q とする。また、点 A(0, -2) に対し、三角形 APQ の面積を $S(t)$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(30点)

(1) $S(t)$ を求めよ。

(2) $S(t)$ の導関数 $S'(t)$ を求めよ。

(3) t が $0 < t < 2$ の範囲を動くとき、三角形 APQ の面積が最大になる点 P の座標を求めよ。

(4) (3)で求めた点 P と点 A を通る直線の方程式は、実数 a を用いて $y = ax - 2$ と表される。また、連立不等式

$$y \geq 0, \quad y \leq ax - 2, \quad x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1$$

の表す領域を D とする。このとき、 a の値と D の面積を求めよ。

(5) (4)で定めた領域 D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

3 次の問いに答えよ。 (30 点)

(1) $x^4 + 2x^3 + x + 2$ を因数分解せよ。

(2) a は正の実数とする。次の定積分を求めよ。

(a) $\int_0^a \frac{dx}{(x+a)(x+a+1)}$

(b) $\int_0^a \frac{dx}{x^2 - ax + a^2}$

(3) 定積分 $\int_0^1 \frac{4x+1}{x^4+2x^3+x+2} dx$ を求めよ。

(下書き用紙)