

**2013 年度**

[試験時間 100 分]

# 数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより13ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
  - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
  - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。  
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
  - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しきずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
  - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。  
2箇所以上マークすると採点されません。  
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
  - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。  
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

**1** 次のアからメにおいて、□内のアからモに当てはまる0から9までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。ただし、□は1桁の数、  
□ | □は2桁の数を表す。分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えよ。

(50点)

(1) 大小2つのサイコロを投げる。大きいサイコロの出た目を初項とし、小さいサイコロの出た目を公差とする等差数列が得られる。この数列の初項を  $a_1$ 、第2項を  $a_2$  のようにそれぞれ表し、一般に第  $n$  項を  $a_n$  で表す。

(a) 第4項  $a_4$  が3で割り切れる整数である確率は  $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  である。

(b) 第8項  $a_8$  が3で割り切れる整数である確率は  $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  である。

(c) 第11項  $a_{11}$  が5で割り切れる整数である確率は  $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$  である。

(d) 第101項  $a_{101}$  が15で割り切れる整数である確率は  $\frac{\text{キ}}{\text{ク} \mid \text{ケ}}$  である。

(下書き用紙)

(2) 実数  $x$  を変数とする関数  $f_1(x) = x + 1$  がある。これを用いて関数  $f_2(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)f_1(x)$

を定め、さらにこれを用いて関数  $f_3(x) = \left(x + \frac{1}{3}\right)f_2(x)$  を定める。

一般に 4 以上の自然数  $n$  に対しても同様に、すでに定められている関数  $f_{n-1}(x)$  を用いて、

関数  $f_n(x) = \left(x + \frac{1}{n}\right)f_{n-1}(x) = \frac{1}{n}(nx + 1)f_{n-1}(x)$  を定める。

(a)  $f_3(x) = x^3 + \boxed{\begin{array}{c|c} ユ & ナ \\ \hline シ \end{array}} x^2 + \boxed{\text{ス}} x + \boxed{\begin{array}{c|c} セ \\ \hline ソ \end{array}}$  である。

(b)  $f_7(x)$  を  $x$  の多項式として表したときの  $x$  の係数は  $\boxed{\begin{array}{c} タ \\ \hline チ & ツ & テ \end{array}}$  である。

(c)  $f_8(x)$  を  $x$  の多項式として表したときの  $x^2$  の係数は  $\boxed{\begin{array}{c} ト & ナ \\ \hline ニ & ヌ & ネ \end{array}}$  である。

(下書き用紙)

(3) 空間内に点 A(1, 0, 0), 点 B(-1, 0, 0), 点 P(1,  $2\cos^2 \theta$ , 0), 点 C(1, 0, 1) を頂点としてもつ四面体と、点 B(-1, 0, 0), 点 A(1, 0, 0), 点 Q(-1,  $2\sin^2 \theta$ , 0), 点 D(-1, 0, 1) を頂点としてもつ四面体がある。ただし、 $\theta$  は  $0$  と  $\frac{\pi}{2}$  の間に動く実数とする。

(a) 線分 AD と線分 BC の交点の座標は  $(\boxed{\text{ノ}}, \boxed{\text{ハ}}, \boxed{\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}})$  である。

(b) 実数  $\theta$  が  $0$  と  $\frac{\pi}{2}$  の間に動くときの、三角形 ABP と三角形 BAQ の共通部分の面積の最大値は  $\boxed{\frac{\text{ホ}}{\text{ボ}}}$  であり、三角形 ABP と三角形 BAQ の共通部分が通過する部分の面積は  $\boxed{\frac{\text{ミ}}{\text{マ}}}$  である。

(c) 実数  $\theta$  が  $0$  と  $\frac{\pi}{2}$  の間に動くときの、2つの四面体の共通部分が通過する部分の体積は  $\boxed{\frac{\text{ム}}{\text{メ}}}$  である。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

**2** 正の実数  $t$  に対して、 $S(t) = \int_t^{t+1} |\log x| dx$  とする。ただし、対数は自然対数を表すものとする。次の間に答えよ。 (25 点)

- (1)  $t$  が  $t > 1$  の場合の  $S(t)$  の値を求めよ。
- (2)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{\log t}$  を求めよ。
- (3)  $t$  が  $0 < t \leq 1$  の場合の  $S(t)$  の値を求めよ。
- (4)  $S(t)$  はある正の実数  $c$  で最小値をとる。 $c$  を求めよ。

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

**3** 行列

(下書き用紙)