

数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより13ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の ア から メ において、 \square 内の ア から モ に当てはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 \square は 1 桁の数、 $\square | \square$ は 2 桁の数を表す。分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えよ。
(50 点)

(1) 大小 2 つのサイコロを投げる。大きいサイコロの出た目を初項とし、小さいサイコロの出た目を公差とする等差数列が得られる。この数列の初項を a_1 、第 2 項を a_2 のようにそれぞれ表し、一般に第 n 項を a_n で表す。

(a) 第 4 項 a_4 が 3 で割り切れる整数である確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(b) 第 8 項 a_8 が 3 で割り切れる整数である確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(c) 第 11 項 a_{11} が 5 で割り切れる整数である確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

(d) 第 101 項 a_{101} が 15 で割り切れる整数である確率は $\frac{\text{キ}}{\text{ク | ケ}}$ である。

(下書き用紙)

(2) 実数 x を変数とする関数 $f_1(x) = x + 1$ がある。これを用いて関数 $f_2(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right) f_1(x)$

を定め、さらにこれを用いて関数 $f_3(x) = \left(x + \frac{1}{3}\right) f_2(x)$ を定める。

一般に4以上の自然数 n に対しても同様に、すでに定められている関数 $f_{n-1}(x)$ を用いて、

関数 $f_n(x) = \left(x + \frac{1}{n}\right) f_{n-1}(x) = \frac{1}{n}(nx + 1)f_{n-1}(x)$ を定める。

(a) $f_3(x) = x^3 + \frac{\boxed{\text{コ}} \mid \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} x^2 + \boxed{\text{ス}} x + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(b) $f_7(x)$ を x の多項式として表したときの x の係数は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}} \mid \boxed{\text{ツ}} \mid \boxed{\text{テ}}}$ である。

(c) $f_8(x)$ を x の多項式として表したときの x^2 の係数は $\frac{\boxed{\text{ト}} \mid \boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}} \mid \boxed{\text{ヌ}} \mid \boxed{\text{ネ}}}$ である。

(下書き用紙)

(3) 空間内に点 $A(1, 0, 0)$, 点 $B(-1, 0, 0)$, 点 $P(1, 2\cos^2 \theta, 0)$, 点 $C(1, 0, 1)$ を頂点としてもつ四面体と、点 $B(-1, 0, 0)$, 点 $A(1, 0, 0)$, 点 $Q(-1, 2\sin^2 \theta, 0)$, 点 $D(-1, 0, 1)$ を頂点としてもつ四面体がある。ただし、 θ は 0 と $\frac{\pi}{2}$ の間を動く実数とする。

(a) 線分 AD と線分 BC の交点の座標は $(\boxed{\text{ノ}}, \boxed{\text{ハ}}, \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}})$ である。

(b) 実数 θ が 0 と $\frac{\pi}{2}$ の間を動くときの、三角形 ABP と三角形 BAQ の共通部分の面積の最大値は $\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ であり、三角形 ABP と三角形 BAQ の共通部分が通過する部分の面積は $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

(c) 実数 θ が 0 と $\frac{\pi}{2}$ の間を動くときの、2つの四面体の共通部分が通過する部分の体積は $\frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$ である。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は**解答用紙**に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

2 正の実数 t に対して、 $S(t) = \int_t^{t+1} |\log x| dx$ とする。ただし、対数は自然対数を表すものとする。次の問に答えよ。 (25 点)

- (1) t が $t > 1$ の場合の $S(t)$ の値を求めよ。
- (2) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{\log t}$ を求めよ。
- (3) t が $0 < t \leq 1$ の場合の $S(t)$ の値を求めよ。
- (4) $S(t)$ はある正の実数 c で最小値をとる。 c を求めよ。

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は**解答用紙**に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

3 行列

(下書き用紙)