<u>2009 年度</u>

〔試験時間　100 分〕

数　　　学

この冊子は，数学の問題で１ページより 13 ページまであります。

〔注　　　意〕

（1） 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

（2） 監督者から受験番号記入の指示があったら，解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号をマークしてください。

（3） 解答は，所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

（4） 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横１行について１箇所に限ります。
２箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

（5） 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

（6） 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

（下書き用紙）

（下書き用紙）

問題 $\boxed{1}$ の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{タ}}$ において，$\boxed{}$ 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め，その数字を解答用マークシートにマークせよ。

ただし $\boxed{}$ は 1 桁の数，$\boxed{|}$ は 2 桁の数を表す。また，分数は既約分数として表すものとする。（50 点）

(1) a, b, c が次の 3 次方程式の解であるとする。

$$x^3 - 2x^2 + x + 5 = 0$$

(a) このとき，$a^3 + b^3 + c^3$ の値は $-\boxed{\text{ア}|\text{イ}}$ である。

(b) このとき，$a^4 + b^4 + c^4$ の値は $-\boxed{\text{ウ}|\text{エ}}$ である。

（下書き用紙）

(2)

(a)　袋の中に 1 が書かれた球，0 が書かれた球，-1が書かれた球が 1 つずつ入っている。この袋から球を 1 個取り出し，袋の中に戻す操作を続けて 2 回行う。最初に取り出した球に書かれていた数字を a とし，次に取り出した球に書かれていた数を b とする。このとき，実数 x,y についての式 $ax^2+bxy+ay^2$ が次の条件

「$ax^2+bxy+ay^2=0$ ならば $x=y=0$」

を満たす確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(b)　(a)で用意した袋から球を 1 個取り出し，袋の中に戻す操作を続けて 3 回行う。1 回目と 2 回目に取り出した球により，a,b を(a)のように定め，3 回目に取り出した球に書かれていた数を c とする。このとき，実数 x,y,z についての式
$a(x-y)^2+b(y-z)^2+c(z-x)^2$ が次の条件

「$a(x-y)^2+b(y-z)^2+c(z-x)^2=0$ ならば $x=y=z$」

を満たす確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}}$ である。

（下書き用紙）

(3) 空間に点 A$\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$，点 B$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$，点 C$(-1, 0, 0)$があり，さらに正の実数 h を z 座標にもつ点 D$\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, h\right)$，点 E$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, h\right)$，点 F$(1, 0, h)$があるとする。

(a) ベクトル $\overrightarrow{FA}$ とベクトル $\overrightarrow{FD}$ の内積は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(b) 線分 AD と線分 FC の交点 P の座標は $\left(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}, \dfrac{h}{\boxed{\text{ス}}}\right)$ である。

(c) h の値が $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ であるとき，ベクトル $\overrightarrow{AD}$ とベクトル $\overrightarrow{FC}$ は垂直である。

(d) h が(c)で求めた値である場合，三角形 APF を底面とし点 E を頂点とする三角錐の体積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

（下書き用紙）

問題 $\boxed{2}$ の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく，答を導く過程も記入しなさい。

$\boxed{2}$ 以下の(1)から(3)の問いに答えよ。ただし，(1)および(2)で得られた結論は，必要なら(3)の解答の際に用いてよい。 （25 点）

(1) $0 < t < \pi$ をみたす実数 t をとる。実数 $\boldsymbol{\theta}$ が $0 < \boldsymbol{\theta} < \pi - t$ の範囲を動くとき，関数 $f(\theta) = \sin\theta + \sin(\pi - t - \theta)$ の値が最大になるような θ の値と，関数 $f(\theta)$ の最大値 $m(t)$ を求めよ。

(2) (1)で求めた $m(t)$ を用いて関数 $g(t) = \sin t + m(t)$ を定める。実数 t が $0 < t < \pi$ の範囲を動くとき，関数 $g(t)$ の値が最大になるような t の値と，関数 $g(t)$ の最大値 M を求めよ。

(3) 半径 1 の円 T に内接する三角形 ABC の頂点 A における内角を t で表し，頂点 C における内角を θ で表すことにする。

(a) 頂点 A における内角 t が動く範囲を求めよ。

(b) 頂点 A における内角 t を一定に保ちながら頂点 A が円 T 上を動くとき，線分 AB と線分 AC の長さの和が最大になるための必要十分条件を三角形 ABC についての条件として述べよ。

(c) (b)で求めた条件をみたす三角形 ABC の頂点 A における内角 t を，(a)で求めた範囲で動かすことにより，この三角形の 3 辺の長さの和の最大値を求めよ。

（下書き用紙）

問題 $\boxed{3}$ の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく，答を導く過程も記入しなさい。

$\boxed{3}$ 行列

（下書き用紙）