

2008 年度

〔試験時間 100 分〕

数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより13ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しきずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の(1)から(3)において、□内のカタカナに当てはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。また□内の (p) には、当てはまる符号をマークせよ。ただし□ | □は 2 柱の数、□ | □ | □は 3 柱の数を表す。ただし、□ | □ | □は 2 柱の数、□ | □ | □ | □は 3 柱の数を表す。また分数における分母と分子は、1 以外の公約数をもたないものとする。 (40 点)

(1) 7^{777} の下 3 柱を確かめてみよう。まず、 $7^4 = 2401$ であるから、

$$7^{777} = 2401^n \cdot 7 \quad (\text{ただし } n = \boxed{\text{ア} \mid \text{イ} \mid \text{ウ}})$$

である。ここで、二項定理を用いて、

$$2401^n = (2400 + 1)^n = 1000k + \boxed{\text{エ} \mid \text{オ} \mid \text{カ}} \quad (\text{ただし } k \text{ はある整数})$$

となる。したがって、 7^{777} の下 3 柱は キ | ク | ケ である。

(下書き用紙)

(2) n を 2 以上の自然数とする。 n 個のサイコロを同時に投げたとき、どのサイコロの目も、他のサイコロの目で割り切れない確率を p_n とする。

(a) $p_2 = \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ} \mid \boxed{シ}}$, $p_3 = \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ} \mid \boxed{ソ}}$ である。

(b) $p_n > 0$ となるような最大の自然数 n は $n = \boxed{\text{タ}}$ である。

(下書き用紙)

(3) 行列

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

2 $a > 1$ とするとき、関数 $f(x) = x^a \log x$ ($x > 0$) について次の問いに答えよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数を表し、 e は自然対数の底を表す。 (30 点)

(1)

(a) $t \geq 0$ のとき、 $e^{at} > \frac{t^2}{2}$ が成り立つことを示せ。

(b) $x = e^{-t}$ とおくことによって、 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。また、変曲点があれば、その x 座標を求めよ。

(3) $0 < b < 1$ とする。直線 $x = b$, $y = 0$ および曲線 $y = f(x)$ ($x \geq b$) で囲まれる図形の面積 $S(b)$ を求めよ。

(4) (3)で求めた $S(b)$ に対し、 $\lim_{b \rightarrow +0} S(b)$ を求めよ。

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

3 行列

(下書き用紙)