

# 2002 年度

〔試験時間 100 分〕

# 数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより13ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
  - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
  - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。  
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
  - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しきずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
  - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。  
2箇所以上マークすると採点されません。  
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
  - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。  
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

**1** 次の(1)～(4)において、□に当てはまる正の整数を求めよ。そして、□内のカタカナに当てはまる 0 から 9 までの数字をそれぞれ解答用マークシートにマークせよ。ただし、分数は既約分数として表すことにする。

(1) 座標平面の原点から出発し、 $x$  軸または  $y$  軸に平行に 1 あるいは  $-1$  ずつ進んでいく。

- (a) 原点を出発して、最短経路で  $(3, 4)$  に行くとき、経路は **ア | イ** 通りある。
- (b) 最短経路より 2 だけ長い経路で  $(3, 4)$  に行くとき、経路は  
**ウ | エ | オ | カ** 通りある。ただし、同じ点(原点を含む)を 2 度通つてもよいとし、一度  $(3, 4)$  に進んでから、別の点に行き再びもどるのもよいとする。
- (c) (b)で同じ点を 2 度通ってはいけないとすると、 $(3, 4)$  に到る経路は  
**キ | ク | ケ** 通りある。ただし、一度  $(3, 4)$  に進んでから、別の点に行き、再び  $(3, 4)$  にもどるのもいけない。

(下書き用紙)

(2) 空間のベクトル

$\vec{a} = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ,  $\vec{c} = (0, -1, 3)$  がある。  
 $\vec{a} + t\vec{b}$  と  $\vec{b} + t\vec{c}$  が直交するときの  $t$  の値は

$$-\boxed{\text{コ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サ}} \mid \boxed{\text{シ}}}$$
$$\boxed{\text{ス}} \mid \boxed{\text{セ}}$$

である。

(3) 関数  $e^{-\frac{1}{x^2}}$  の  $x > 0$  における変曲点の  $x$  座標は  $\sqrt{\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}}$  である。

(下書き用紙)

(4) 一邊の長さが 1 の正三角形を底面とする高さが 2 の正三角柱を考える。この正三角柱を底面の一边を軸として一回転させる。

このときできる回転体の体積は  $\frac{\text{チ} \quad | \quad \text{ツ}}{\boxed{\text{テ}}} \pi$  である。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

**2** 実数の数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  には,

$$a_{n+1} + b_{n+1}i = \frac{i}{2}(a_n + b_ni) + 1 \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

の関係がある。 $a_0 = 1$ ,  $b_0 = 2$  とするとき、以下の問いに答えよ。

ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(1)  $a_{2n}$  を  $n$  で表せ。

(2)  $a_{2n+1}$  を  $n$  で表せ。

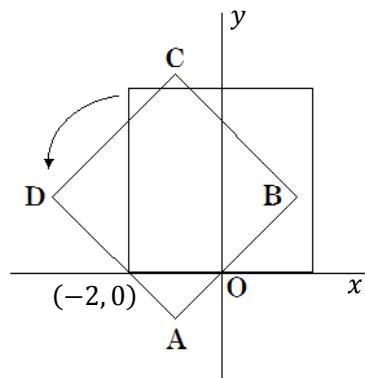
(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ。

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

**3** 座標平面において、一辺の長さが 4 の正方形 ABCD を考える。はじめに、各頂点 A, B, C, D がそれぞれ  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(-2, 4)$  上にあるとする。この正方形を点  $(-2, 0)$  と原点  $O$  の両方に接触させながら頂点 A がはじめて原点  $O$  に到達するまで反時計まわり回転させる。このとき次の問い合わせに答えよ。

- (1) 頂点 A の座標を  $(x, y)$  とするとき、 $y$  を  $x$  の式で表せ。
- (2) 線分 OB と  $x$  軸とのなす角を  $\theta$  とするとき、OA の長さを  $\theta$  で表せ。
- (3) (2)のとき、頂点 B の座標を  $\theta$  で表せ。
- (4) 頂点 A が  $(-2, 0)$  から原点  $O$  まで動くとき、頂点 B の  $x$  座標がとる値の範囲を求めよ。
- (5) 頂点 A が  $(-2, 0)$  から原点  $O$  まで動くとき、頂点 B の軌跡、 $x$  軸および  $y$  軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。



(下書き用紙)