

数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより13ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の(1)~(4)において、 に当てはまる正の整数を求めよ。そして、 内のカタカナに当てはまる 0 から 9 までの数字をそれぞれ解答用マークシートにマークせよ。ただし、分数は既約分数として表すことにする。

(1) 座標平面の原点から出発し、 x 軸または y 軸に平行に 1 あるいは -1 ずつ進んでいく。

(a) 原点を出発して、最短経路で $(3, 4)$ に行くとき、経路は 通りある。

(b) 最短経路より 2 だけ長い経路で $(3, 4)$ に行くとき、経路は 通りある。ただし、同じ点(原点を含む)を 2 度通ってもよいとし、一度 $(3, 4)$ に進んでから、別の点に行き再びもどるのもよいとする。

(c) (b)で同じ点を 2 度通ってはいけないとすると、 $(3, 4)$ に到る経路は 通りある。ただし、一度 $(3, 4)$ に進んでから、別の点に行き、再び $(3, 4)$ にもどるのもいけない。

(下書き用紙)

(2) 空間のベクトル

$\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, -1, 2)$, $\vec{c} = (0, -1, 3)$ がある。

$\vec{a} + t\vec{b}$ と $\vec{b} + t\vec{c}$ が直交するときの t の値は

$$\frac{-\boxed{\text{コ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サ}} \mid \boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}} \mid \boxed{\text{セ}}}$$

である。

(3) 関数 $e^{-\frac{1}{x^2}}$ の $x > 0$ における変曲点の x 座標は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(下書き用紙)

(4) 一辺の長さが 1 の正三角形を底面とする高さが 2 の正三角柱を考える。この正三角柱を底面の一辺を軸として一回転させる。

このときできる回転体の体積は $\frac{\text{チ} \times \text{ツ}}{\text{テ}} \pi$ である。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は解答用紙に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

2 実数の数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ には,

$$a_{n+1} + b_{n+1}i = \frac{i}{2}(a_n + b_n i) + 1 \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

の関係がある。 $a_0 = 1$, $b_0 = 2$ とするとき、以下の問いに答えよ。
ただし、 i は虚数単位とする。

(1) a_{2n} を n で表せ。

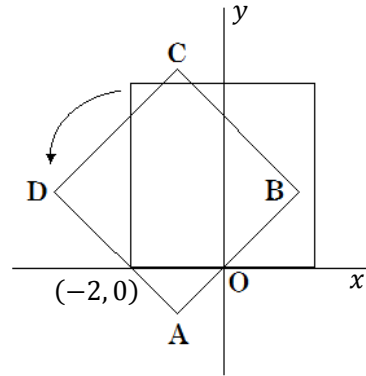
(2) a_{2n+1} を n で表せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は**解答用紙**に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

3 座標平面において、一辺の長さが 4 の正方形 ABCD を考える。はじめに、各頂点 A, B, C, D がそれぞれ $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 4)$, $(-2, 4)$ 上にあるとする。この正方形を点 $(-2, 0)$ と原点 O の両方に接触させながら頂点 A がはじめて原点 O に到達するまで反時計まわり回転させる。このとき次の問いに答えよ。



- (1) 頂点 A の座標を (x, y) とするとき、 y を x の式で表せ。
- (2) 線分 OB と x 軸とのなす角を θ とするとき、OA の長さを θ で表せ。
- (3) (2) のとき、頂点 B の座標を θ で表せ。
- (4) 頂点 A が $(-2, 0)$ から原点 O まで動くとき、頂点 B の x 座標がとる値の範囲を求めよ。
- (5) 頂点 A が $(-2, 0)$ から原点 O まで動くとき、頂点 B の軌跡、 x 軸および y 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。

(下書き用紙)